FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
B-kategória (mladší)
letný semester
školský rok 2000/2001

FKS, KZDF MFF UK
Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
fks@center.fmph.uniba.sk
www.ddp.fmph.uniba.sk/fks

B-1.1 Magic Johnson (opravovala Lucia)

Čaute basketbalistky a basketbalisti!

Takže, ako to vlastne bolo? Na začiatok by som chcela niečo povedať k výsledku. Ako správne väčšina z vás uzavrela, buď výpočtom alebo skonštatovaním (keďže všetci dobre vieme, ako to v skutočnosti je, každý z nás už videl párkrát skákať na kôš nejakého spolužiaka, kamošku, kamaráta, mačku... :), basketbalistovi to trvá dlhšie (asi 3-krát) pobudnúť v hornej tretine výskoku ako v dolnej.

Aj preto sa nám zdá, akoby chvíľu v hornej časti výskoku vo vzduchu visel. (Pekne to odôvodnil aj jeden z vás, keď mi písal o tom, aký krátky časový interval je schopné ľudské oko registrovať. Isteže výskok na začiatku nezachytí oko toľkokrát, čo hornú fázu výskoku...).

A teraz k samotnému riešeniu (budem vynechávať niektoré medzikroky, aby sa tí z vás, ktorí riešenie ešte nevedia, mohli predsa len nad ním s pomocou vzoráku zamyslieť) :

Magic sa pri výskoku odrazí. (O ktorý Newtonov zákon ide? – dochádza k pôsobeniu podlahy a hráča..). Dobre, takže už vieme, že pri výskoku má Johnson nejakú začiatočnú rýchlosť v_0. Zaujíma nás, ako sa táto rýchlosť bude s časom meniť (či bude väčšia alebo menšia), alebo, lepšie, zaujíma nás samotný druh pohybu. Niektorí spomenuli, že ide vlastne o voľný pád, resp. zvislý vrh nahor, a zopár z vás sa zamýšľalo aj nad trajektóriou pohybu, opísanou parabolou. V týchto prístupoch je rozdiel, pre jednoduchosť ale, teraz stačí uvažovať o priamom výskoku nahor. (S tou parabolou si to môžete premyslieť, pridáva sa len ešte jedna zložka rýchlosti vo vodorovnom smere. Myslíte si, že pri takomto pohybe, do výšky (tej istej) 75 cm sa zmenia časové intervaly v hornej a dolnej tretine?).

Vzťahy, ktoré sa využívali pri výpočte z voľného pádu sú : $s = \frac{1}{2} g t^2$, $t = \sqrt{2s/g}$.

Odtiaľ potom časy pre jednotlivé tretiny zoskoku majú hodnoty: t_1 = 0,226 s (čas v hornej tretine výskoku), t_2 = 0,319 s (čas od najvrchnejšieho bodu výskoku do dvoch tretín), t_3 = 0,391 s (čas celého doskoku).

V hornej tretine teda Johnson pobudne (približne) 0,226 s, v dolnej tretine (približne) 0,072 s, pričom tento posledný údaj sa dá ľahko získať z rozdielu $t_3 - t_2$. Pre porovnanie, v hornej tretine strávi basketbalista asi 3,14-krát viac času ako v dolnej tretine.

Pozn1. Pohyb smerom nahor, aj smerom nadol sú vlastne, čo sa týka rýchlosti aj časov rovnakého charakteru, takže sa stačilo zaoberať jedným z nich. Ak by sme ale chceli postupovať opačným smerom (začať s výskokom), potom by sme vzťahy museli doplniť o začiatočnú rýchlosť v_0, ktorú by sme mohli získať napr. zo zákona zachovania energie (v dolnom a hornom bode výskoku). Dostali by sme hodnotu v_0 = 3,84 m/s (približne). Potom by sa ale dráha počítala zo vzťahu: $s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$.

Pozn2. Niektorí ste počítali príklad pomocou zákonu zachovania energie, aj tak sa to dá, a dokonca veľmi pekne :)

B-1.2 Archimedes (opravoval Cyril)

Milé deti! Nechcem Vás úplne vyhrešiť, lebo veľa z vás tento príklad riešilo veľmi pekne, ale bolo aj veľa takých, ktorí si ho priveľmi zjednodušili a predpokladali, že kocky sú rovnako veľké alebo majú rovnakú hustotu. A pritom to bolo také jednoduché! Pretože ak v zadaní nie je presne udaný rozmer kociek, pokladáme ho za ľubovoľný. Označme si preto dĺžku hrany čiernej kocky *a* a hranu bielej *b* a podobne všetky veličiny týkajúce sa čiernej kocky s indexom *a* a bielej kocky s indexom *b* (ako Bus). A *H* si označme výsledný ponor.

Teda Archimedov zákon pre rovnováhu síl:

čierna kocka: $m_a.g = a^2.h_a.\rho_v.g$

biela kocka: $m_b.g = b^2.h_b.\rho_v.g$

kde $a^2.h_a$ (resp. $b^2.h_b$) je objem ponorenej časti kocky.

Po dosadení dostávame pre čiernu kocku: $m_a.g = \rho_a.a^3.g = a^2.h_a.\rho_v.g \Rightarrow \rho_a = \frac{h_a.\rho_v}{a}$

a podobne pre bielu: $\rho_b = \frac{h_b.\rho_v}{b}$

Teraz ak položíme kocky na seba, môže nastať prípad (*1.prípad*), že spodná kocka sa neponorí úplne (a horná vôbec), alebo prípad (*2.prípad*), že spodná kocka sa ponorí úplne a horná sa tiež trochu namočí.

Predpokladajme, že dole je **čierna** kocka.

1.prípad:

Pre rovnováhu síl platí: $(m_a + m_b).g = a^2.H.\rho_v.g$

dosadením za hmotnosti (a hustoty kociek):

$$(m_a + m_b).g = (\rho_a.a^3 + \rho_b.b^3).g = (a^2.h_a + b^2.h_b).\rho_v.g = a^2.H.\rho_v.g$$

odtiaľ dostávame: $H = \frac{(a^2.h_a + b^2.h_b)}{a^2} = h_a + \frac{b^2}{a^2}.h_b$.

Tento vzťah samozrejme platí len vtedy, ak: $a \geq H = h_a + \frac{b^2}{a^2}.h_b$ **(X)**

2.prípad: platí pre: $a \le h_a + \dfrac{b^2}{a^2}.h_b$

Tentokrát bude objem ponorenej časti: $V_{pon} = a^3 + (H-a).b^2$

Teda pre rovnováhu síl platí: $(m_a + m_b).g = (a^3 + (H-a).b^2).\rho_v.g$

odtiaľ pre *H* dostávame:

$$a^2.h_a + b^2.h_b = a^3 + (H-a).b^2$$

$$H = \frac{a^2.h_a + b^2.h_b - a^3}{b^2} + a = \frac{a^2}{b^2}.(h_a - a) + h_b + a$$

Obdobne pre prípad, že dole je **biela** kocka:

1.prípad:

$$H = \frac{(a^2.h_a + b^2.h_b)}{b^2} = h_b + \frac{a^2}{b^2}.h_a$$

platí pre: $b \ge h_b + \dfrac{a^2}{b^2}.h_a$

2.prípad:

$$H = \frac{b^2}{a^2}.(h_b - b) + h_a + b$$

platí pre: $b \le h_b + \dfrac{a^2}{b^2}.h_a$

Ak predpokladáme špeciálny prípad, ktorý riešilo tak veľa z Vás (že $a=b$), bude ponor v oboch prípadoch naozaj 3 cm (aj ak sa namočí vrchná kocka), čo si môžte ľahko overiť dosadením do vzorcov.

Pozn. nerovnosť **(X)** nie je doriešená, pretože na oboch stranách nerovnosti vystupuje *a*. Na jej korektné doriešenie by sme museli vyriešiť kubickú rovnicu a riešením by bol interval hodnôt, ktorý by závisel od *a*,*b*.

B-1.3 Drsňák (opravoval Braňo Saxa)

Začnem trochu iným príkladom. Predstavte si na podobnej naklonenej rovine obrovskú zabrzdenú, ale šmýkajúcu sa Tatrovku s hmotnosťou asi tak 10 ton. Za sebou má na nitke priviazaný malý, 100-gramový kvádrik, ktorý sa tiež šmýka smerom dolu. Tatrovka má koeficient trenia 0,2 a kvádrik 0,5. Keby ste si odmysleli nitku, tak Tatrovka sa po (napríklad 45^o strmej) naklonenej rovine pohybuje pôsobením výslednej sily s veľkosťou približne 56568 N. Za ňou sa pri odmyslenej nitke šmýka kvádrik, na ktorý pôsobí výsledná sila s veľkosťou 0,35 N. Rozdiel medzi týmito silami je teda viac ako 56000 N. Teraz si primyslite späť nitku, ktorou sú Tatrovka a kvádrik spojené. Odvážil by sa niekto tvrdiť, že nitka je napínaná silou väčšou ako spomínaných 56000 N? Asi ťažko. A predsa pri rovnako ťažkých kvádrikoch v úlohe ktorú ste riešili väčšina z vás s bohorovnou istotou tvrdila, že nitka je napínaná silou, ktorá sa rovná rozdielu vyššie uvedených síl.

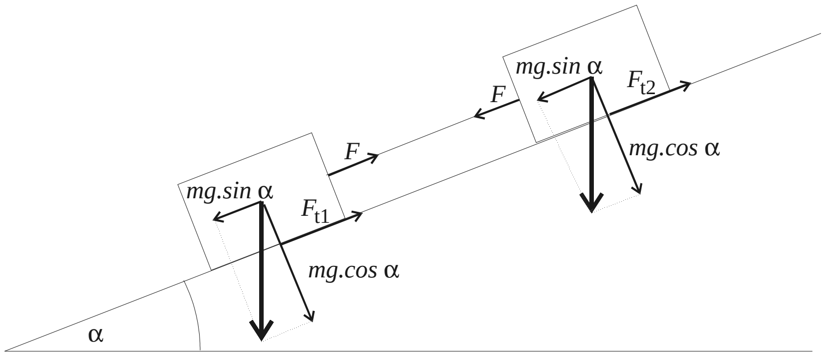
Poďme si to zrátať korektne. Na spodný kváder pôsobí tiažová sila, ktorá sa rozkladá na zložku rovnobežnú s podložkou, ktorá má veľkosť $mg.\sin\alpha$ a zložku kolmú na podložku s veľkosťou $mg.\cos\alpha$. Okrem toho na kváder pôsobí proti smeru jeho pohybu trecia sila

$$F_{t1} = f_1 mg.\cos\alpha$$

a sila F, ktorou na kváder pôsobí nitka. Na vrchný kváder pôsobí takisto tiažová sila, ktorá sa rozkladá na zložky s rovnakými veľkosťami ako pri spodnom kvádri, trecia sila

$$F_{t2} = f_2 mg.\cos\alpha\,,$$

ktorá pôsobí proti smeru pohybu kvádra a sila F, ktorou pôsobí nitka v smere pohybu.



Keďže sily pôsobiace na kvádre sa nemenia, tie sa obe pohybujú buď rovnomerne zrýchleným pohybom so zrýchlením a, alebo rovnomerným pohybom, pri ktorom je zrýchlenie nulové. Pohybové rovnice pre spodný a vrchný kváder budú teda vyzerať nasledovne:

$$am = mg.\sin\alpha - f_1 mg.\cos\alpha - F$$

$$am = mg.\sin\alpha - f_2 mg.\cos\alpha + F$$

Od druhej rovnice odčítame prvú a dostaneme:

$$0 = (f_1 - f_2)mg.\cos\alpha + 2F$$

Odtiaľ už priamo dostávame silu, ktorou pôsobí nitka na kvádre a teda ktorou je nitka zároveň napínaná:

$$F = \frac{1}{2}(f_2 - f_1)mg.\cos\alpha$$

Po dosadení koeficientov trenia:

$$F = 0{,}15.mg.\cos\alpha$$

Pri rovnako ťažkých kvádroch je teda zmena oproti väčšine vašich riešení “len“ v jednej polovici, vždy je ale lepšie nakresliť si sily, ktoré na telesá pôsobia, ako vychádzať z intuitívnych (a ako vidno často scestných) vzťahov.

B-1.4 Minerálna voda (opravoval FoX mulder)

Neviem, prečo tak málo riešiteľov robilo experiment, veď bol celkom jednoduchý. Ale niektorí sa s riešením tejto úlohy naozaj ponamáhali a dostali 5 bodov. Možno by si zaslúžili aj viac, napríklad Kubo Závodný, Maťo Lauko či Julka Lampášová. A teraz k veci:

Fľaša je studená (asi 10 stupňov), pretože v nej ešte pred chvíľou bola chladená minerálka. (Minerálku sme celú vypili!) Vzduch, ktorý je vo fľaši sa tiež ochladí – prebehne tepelná výmena medzi fľašou a vzduchom. Fľašu prikryjeme 20-haliernikom. Studený vzduch sme teda uzatvorili vo fľaši. Po uchopení rukami (teplota tela je asi 36 stupňov celzia) zohrejeme systém.

Vo fľaši je uzatvorené určité množstvo plynu. Toto množstvo plynu je v nádobe pred aj po zohriatí rovnaké, čiže môžeme písať stavovú rovnicu, ktorá platí pre plyn pred aj po zohriatí:

$$\frac{pV}{T} = \text{\textit{konštanta}}$$

Keďže je to zatvorené, tak vo fľaši je objem rovnaký pred aj po zohriatí. Teplotu sme rukami zvýšili. Čiže aby zostala zachovaná rovnosť, tak stúpol tlak plynu vo fľaši. Teda stúpla aj sila pôsobiaca na 20-haliernik $F=p.S$ (kde S je plocha spodnej strany mince). Pokiaľ je F väčšia ako gravitačná sila mince tak plyn spôsobí jej nadvihnutie. Určité množstvo plynu unikne a tak sa zmenší F pôsobiaca na mincu a minca zaklapne. Celý dej sa niekoľkokrát opakuje, kým sme svojimi rukami schopní zohriať zostávajúci plyn tak aby dosiahol kritický tlak. (keď je tlaková sila od plynu väčšia ako gravitačná sila mince)

Kto robil pokus, určite zistil, že v prípade suchého hrdla fľaše a suchej mince sa nám popísaný dej nedarí vyvolať. Je to spôsobené tým, že minca nedolieha tesne na vrch fľaše, ale necháva tam určité medzery. Takže zvýšený tlak sa stíha kompenzovať cez tieto dierky - vzduch si veselo fučí okolo mince. Súdržnosť molekúl vody pôsobí teda ako akési „tesnenie“.

Informácia o LTT

Všetci riešitelia FKS, ktorí práve končia prvý a druhý ročník gymnázií plus dievčatá tretiačky pozor! Aj tento rok pripravujeme Letný Tábor Trojstenu pre mladých riešiteľov korešpondenčných seminárov z fyziky, matematiky a programovania. Okrem trochy prázdninového vzdelania Vás čaká deväť dní dobrej zábavy so skvelými priateľmi. Tábor sa uskutoční od 18. do 27. júla v Gelnici a jeho cena určite nepresiahne 2000 Sk. Pozvánky naň budeme rozposielať už čoskoro so vzorovými riešeniami druhej série FKS.
