FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
B – kategória (mladší)
17. ročník
letný semester
školský rok 2001/2002

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B – 3.1 Krasokorčuliarka (opravoval Roman)

Majka sa už odmalička obdivovala krasokorčuľovanie a tak sa rozhodla, že to dotiahne až na olympiádu. A tak trénovala, trénovala, nacvičovala piruety, skoky a dokonca ako šestnásťročná už zvládla aj každým obdivovaný skok menom trojitý rittberger. Pokúste sa odhadnúť, koľko energie Majka vynaloží na takýto zložitý skok.

Napriek tomu, že som hľadaniu o trojitom rittbergerovi na internete venoval viac času, ako som pôvodne chcel, nepodarilo sa mi obohatiť svoju predstavu o technike jeho vykonávania. Takže za trojitý rittberger budeme považovať skok, pri ktorom

i. treba mať istú nájazdovú rýchlosť v (kinetická energia priamočiareho pohybu)
ii. sa treba vo vhodnom momente odraziť s vertikálnou zložkou rýchlosti w tak (dtto i.)
iii. aby sa bolo možné počas pobytu vo vzduchu otočiť trikrát (kinetická energia rotácie).

Tomuto zodpovedá mechanická energia

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mw^2 + \frac{1}{2}I\omega^2,$$

kde m je hmotnosť Majky, $I = ½\ mr^2$ je jej moment zotrvačnosti (aproximujme ju valcom s polomerom r) a $\omega = (2\pi)/T = (2\pi n)/t$ je jej uhlová rýchlosť pri otáčaní ($n = 3$ je počet otočení, t je čas strávený vo vzduchu a T je čas jednej otočky).

Keďže sa jedná o odhad, zanedbajme zmeny momentu zotrvačnosti a uhlovej rýchlosti otáčania Majky počas skoku. Teraz sme v stave, že by sme mohli túto energiu odhadnúť a byť spokojní. Aby však odhad nebol uletený, vyjadrime si ešte vzťah medzi ω a w. Majka bude v podstate počas skoku letieť po krivke šikmého vrhu nahor, pre ktorý platí $t = 2\sqrt{(2h/g)}$, kde h je výška o ktorú sa posunie jej ťažisko vo vertikálnom smere, čiže pre jej uhlovú rýchlosť bude platiť vzťah

$$\omega = \frac{\pi n}{\sqrt{2h/g}}.$$

Výška h je dôsledkom pôvodnej vertikálnej zložky rýchlosti w (ZZE). Mechanickú energiu si teraz môžeme vyjadriť ako

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}m\frac{g(\pi n)^2}{4h}r^2.$$

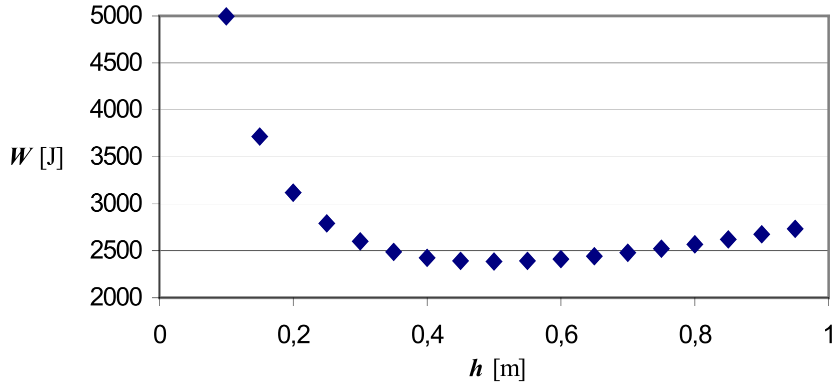
No a teraz prichádza na to, aby bolo odpovedané na otázku: Koľko že to Majka vynaloží energie na trojitý rittberger? Označme si túto vynaloženú energiu W. Pre ňu platí, že

$$W = \frac{E}{x},$$

kde x je Majkina účinnosť premeny jej energetických zdrojov na mechanickú energiu. Táto účinnosť sa pohybuje do 20 – 30 %. Majka je mladá a výkonná, navyše trénovaná, prisúďme jej teda účinnosť 30 %. Vynaložená energia potom vyzerá takto

$$W = \frac{1}{0{,}3}\left[\frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{mr^2\pi^2n^2g}{8h}\right].$$

Odhadnuté hodnoty: m = 50 kg; v = 3 ms^{-1}; r = 0,15 m. Výšku nebudeme odhadovať (kto by však chcel, nie je mu zakázané), ale pokúsime sa analyzovať závislosť W od h.



Na grafe tejto závislosti je vidieť, že W má oblasť minimálnych hodnôt a táto oblasť je pomerne široká. Hodnoty h prislúchajúce tejto oblasti vyzerajú tiež dosť rozumne. Ak uvážime, že Majka sa snaží skákať temer ideálne, vychádza nám hodnota $W \approx 2500$ J.

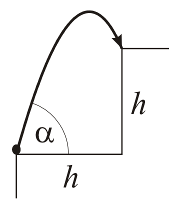
Na záver: skoro nikto z vás neuvažoval účinnosť premeny energie :-(Kto má záujem, nech si pozrie http://courses.washington.edu/phys208/muscle.html. Howgh.

B – 3.2 Blcha (opravoval Nagi)

Malá blcha sa rozhodla, že vyskáče hore celým veľkým 12–schodovým schodiskom (schody sú rovnako vysoké, ako široké). Vymyslela si na to dokonca dve metódy. Prvá: skáče vždy z rohu schodu a len–tak–tak doskočí na roh ďalšieho schodu. Druhá je skoro taká istá, akurát že schody berie „po dvoch“. Ktorým spôsobom spotrebuje blcha na vyskákanie celého schodiska (12 schodov) menej energie?

Vitajte v našom blšom cirkuse! Nevídaná akrobacia! Fantastická súhra! Dnes naposledy...

Poďme skákať. Ale ako? Mnohí z vás príklad podcenili a povedali si, že doskáčeme do rovnakého bodu, teda spotrebujeme rovnaké množstvo energie. Nikomu by ale nenapadlo, že letieť z Košíc do Bratislavy cez Moskvu je rovnako neefektívne, ako letieť priamo... Bolo by to jedno len vtedy, ak by nám energia „neutekala“ von turbínami... Kedy a kam sa teraz stráca nám? Pri dopade na každý zo schodov sa niekam musí „schovať“ zvyšná kinetická energia! Preto by to mohlo byť teoreticky rôzne. Na(ne)šťastie to vyšlo v oboch prípadoch úplne rovnako. Našou úlohou je minimalizovať tieto straty a potom analyzovať spôsoby skákania.



Ako skákať tak, aby sme len–tak–tak doskočili? Radi by sme použiť čo najmenej energie. Potrebujeme nájsť spôsob, pri ktorom budeme potrebovať najmenšiu počiatočnú rýchlosť. Väčšina z vás (priznávam sa, že donedávna aj ja) si myslela, že skok bude ideálny vtedy, keď nebudeme vyskakovať vyššie, ako nutne musíme, teda že roh ďalšieho schodu bude práve vrcholom našej dráhy. To však nie je pravda, ako sa čoskoro presvedčíme. Existuje istý uhol, pod ktorým máme vyskočiť. Tento uhol je rovnaký pre oba prípady. Dráha takéhoto skoku však nemá vrchol v rohu ďalšieho schodu...

Takže nasaďme brutálny aparát šikmého vrhu! Hľadáme závislosť veľkosti počiatočnej rýchlosti v od uhla nášho skoku α. Výšku schodu si označme h. Jeho šírka je tiež h, takže pre celý náš pohyb bude platiť: vo vodorovnom smere

$$h = Tv\cos\alpha,$$

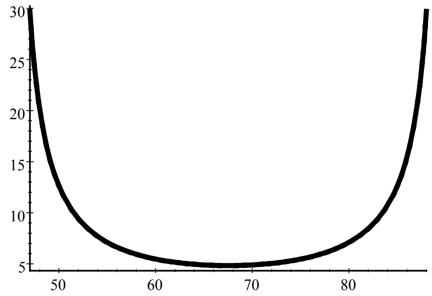
v zvislom smere zase

$$h = Tv\sin\alpha - gT^2/2.$$

Keď z prvej rovnice vyjadríme čas T a dosadíme ho do druhej z nich, môžeme si vyjadriť druhú mocninu potrebnej rýchlosti skoku ako

$$v^2 = \frac{gh}{2}\left(\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha\right)^{-1} = \frac{gh}{2} f(\alpha). \qquad (1)$$

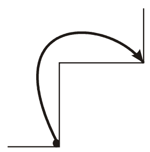
Aby sme videli, ako rýchlosť závisí od uhla, nakreslíme si graf funkcie $f(\alpha)$ pre uhly α od 45° do 90°. Vidíme, že je funkcia $f(\alpha)$ má jediné minimum, teda práve jeden uhol (je to presne polovica medzi 45° a 90°, teda $\alpha = 67{,}5°$) je pre nás „ideálny“ a rýchlosť v najmenšia. Kto chce, všimne si, že ak tento uhol pripočítame k uhlu sklonu zemskej osi, dostaneme 90°. Ajhľa, patafyzika v praxi (vďaka, Matúš).



Teraz už vieme, že v oboch prípadoch budeme skákať pod týmto istým uhlom. Koľko energie na to spotrebujeme? Keď sa pozrieme na vzťah (1), hneď vidíme, že kinetická energia na začiatku skoku $E = ½mv^2$ bude *priamo úmerná* výške schodu h. Na dva skoky cez dva schody s výškou h spotrebujeme preto úplne rovnaké množstvo energie, ako na jeden skok cez schod s výškou $2h$. To je všetko. Oba spôsoby sú naozaj *úplne rovnako* (ne)výhodné.

Môžeme si ešte overiť, či naozaj nie bod $[h,h]$ vrcholom dráhy nášho skoku (ako to predpokladali ¾ riešiteľov). Ak by to tak bolo, znamenalo by to, že platí $T = \sqrt{(2h/g)}$, $v_y = \sqrt{(2hg)}$, $v_x = h/T = \sqrt{(hg/2)}$. Z toho máme $\mathrm{tg}\alpha' = v_y/v_x = 2$. To znamená uhol približne 63,4°. Teda nie ten nie je ideálny, ktorý sme pred chvíľkou našli.

Niektorí z vás zase v každom kroku odvodenia dosadzovali číselné hodnoty, a potom sa potešili, že im nevyšli výsledky pre energie rovnaké. *Neverte zaokrúhľovaniu*! Radšej najprv dopočítajte všeobecne to, čo môžete, a až úplne nakoniec dosadzujte!



Dosť ste ma prekvapili aj tým, že podľa niektorých z vás blchy skáču úplne priamo (takzvané laser–blchy), alebo po štvrťkružniciach (ja viem, ja viem, kedysi som si myslel, že sínus sa kreslí z obyčajných polkružníc, a potom som sa nestačil čudovať...). Dráhou skoku (strely, hodu) je parabola! No a nakoniec ešte aby ste videli, ako sa dal nepochopiť tento príklad, je tu obrázok s Cyrilovým spôsobom skákania z rohu schodu do rohu schodu...

Opona padá (zápalková krabička sa zatvára), blchy unavené (a šťastné sedia na poslednom schode)/(a zničené omdlievajú a padajú z najvyššieho schodu)...

B – 3.3 Toaleťáčik (opravoval Priky)

Predstavte si rolku toaletného papiera. Pevne chytíme jej voľný koniec a kotúč necháme padať z vysokej budovy. Vyjadrite rýchlosť pohybu rolky v hĺbke h *pod miestom, z ktorého sme ju pustili. Odpor vzduchu zanedbajte a všetky potrebné veličiny odhadnite.*

Ahojte všetci „toaleťáčci“! Musím skonštatovať, že z pekného príkladíku sa „vyklubalo“ čosi ťažšie. Je teda jasné, že nie všetci ste to mali dobre (veď nakoniec, ako vždy :-), no na základ, resp. rozobratie príkladíku, čo s čím treba sčítať a tak, ste prišli skoro všetci. Poďme však pekne po poriadku, takže ... vzorák.

Budeme vychádzať zo zákona zachovania energie. To preto, lebo podľa zadania máme zanedbať odpor vzduchu. Iné trenie v našom prípade neprichádza do úvahy, a tak sa energia skutočne nemá kam strácať. Neostane jej, chudine, nič iné len sa zachovať. A to nie ako že zachovať sa slušne, lež ostať v súčte rovnakou na začiatku i na konci.

Aby sme však mali čo s čím porovnať, musíme nájsť vzťahy pre energie, ktoré sú v hre. Tak napríklad potenciálna energia. Skladá sa z dvoch častí – z energie E_{P1} visiaceho kúska papiera a z energie E_{P2} neodvinutej časti papiera na rolke (hmotnosť jej papierového jadra pre zjednodušenie zanedbávame). Ak označíme l dĺžku všetkého papiera, m jeho hmotnosť a h dĺžku odvinutej časti, potom môžeme zapísať

$$E_{P1} = m\frac{h}{l}g\frac{h}{2},$$

pretože vo vzduchu nám visí papier s celkovou hmotnosťou mh/l a jeho ťažisko je vo výške $h/2$. Ako ste si asi všimli, hladinu nulovej potenciálnej energie sme si zvolili na streche, z ktorej náš toaletný papier hádžeme. Pre E_{P2} platí

$$E_{P2} = m\left(1-\frac{h}{l}\right)gh,$$

dôvody sú určite jasné každému, kto si prečítal komentár k vzťahu pre E_{P1}.

Ešte si napíšme súčet týchto dvoch energií v šikovnom úspornom tvare

$$E_P = E_{P1} + E_{P2} = gh\left(1-\frac{h}{2l}\right).$$

Týmto však naša cesta nekončí. Čaká nás vyjadrenie pohybovej energie. Táto je súčtom kinetickej energie rolky letiacej nadol rýchlosťou v a energie jej otáčavého pohybu. Kinetická časť je jasná. Platí totiž zrejme vzťah

$$E_K = \frac{1}{2}m\left(1-\frac{h}{l}\right)v^2.$$

Horšie je to s „otáčavou energiou“. Pre tú platí vo všeobecnosti vzťah $E_{ROT} = I\omega^2/2$, kde I je moment zotrvačnosti telesa a ω je uhlová rýchlosť jeho otáčania. Pre ω pritom platí vzťah $v = \omega R$ (papier sa odtáča presne tak rýchlo, aká je obvodová rýchlosť jeho povrchu). Čo je ale zač to tajomné R? Polomer toaletného papiera po odvinutí dĺžky h. A aký je vo vzťahu k počiatočnému polomeru R_0 a vnútornému polomeru rolky r? Zmeňme uhol pohľadu, pozrime sa na papier zboku. Čo vidíme? To čo sa odvíja sa stráca z obvodu. Ak sa odvinie polovica dĺžky l, mal by sa aj obsah navinutej časti zmenšiť na polovicu. V našom prípade sa odvinula dĺžka h, ostalo teda $l - h$. Tomu zodpovedá „bočný“ obsah πR^2. Pri navinutej dĺžke l bol tento obsah πR_0^2. Keďže sme už odhalili trojčlenku v pozadí problému, môžeme napísať

$$\frac{l-h}{l} = \frac{\pi\left(R^2 - r^2\right)}{\pi\left(R_0^2 - r^2\right)},$$

odkiaľ už R vyjadríme ľahko. Je to

$$R^2 = R_0^2\frac{l-h}{l} + r^2\frac{h}{l}.$$

Tento polomer R sa nám hodí nielen kvôli výpočtu ω, ale vystupuje aj v dosiaľ tajomnom I. Ako si s ním poradiť? V tabuľkách či učebnici sa dá nájsť vzťah pre moment zotrvačnosti homogénneho valca. Ten je rovný $MR^2/2$. Čo je náš toaletný papier? Nič iné než homogénny valec s polomerom R, z ktorého sme vyrezali okolo osi valček s polomerom r. Už vieme, že hmotnosť takéhoto toaletného papiera je rovná $m(1-h/l)$. Ak by nemal tú vnútornú dieru, bola by toľkokrát hmotnosť M väčšia, koľkokrát by bol väčší bočný prierez takého útvaru. Preto je

$$M = m\cdot\left(1-\frac{h}{l}\right)\times\frac{\pi R^2}{\pi R^2 - \pi r^2}.$$

Naopak, hmotnosť m iba vnútornej rolky vyplnenej papierom by bola (opäť podľa obsahov)

$$m = M\times\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = m\cdot\left(1-\frac{h}{l}\right)\times\frac{\pi r^2}{\pi R^2 - \pi r^2}.$$

No a keďže náš toaletný papier s dierou vzniká odčítaním jedného homogénneho valca od druhého, aj moment zotrvačnosti I môžeme takto vypočítať a dostaneme

$$I=\frac{1}{2}MR^2-\frac{1}{2}mr^2=\frac{m}{R^2-r^2}\left(1-\frac{h}{l}\right)\left(R^4-r^4\right)=m\cdot\left(1-\frac{h}{l}\right)\left(R^2+r^2\right).$$

Inak, pri úprave sme použili ten známy vzorec $x^2-y^2=(x-y)(x+y)$. Teraz už môžeme s kľudom napísať vzťah pre celkovú pohybovú energiu toaletného papiera

$$E_{POHYB}=E_K+E_{ROT}=\frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{(l-h)R_0^2+(l+h)r^2}{(l-h)R_0^2+hr^2}\right)\cdot\left(1-\frac{h}{l}\right).$$

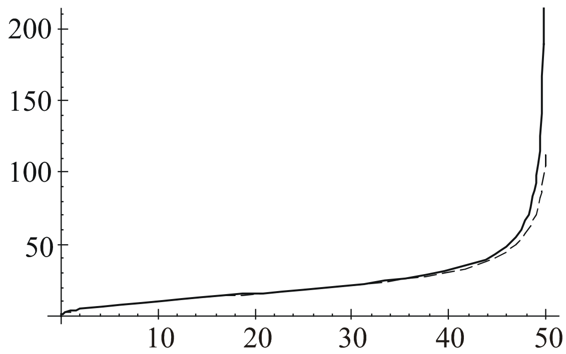
Po dlhých prípravách môžeme konečne zapísať sľubovaný zákon zachovania energie, teda

$$E_{POHYB}=E_P.$$

Dosadením predchádzajúcich vyjadrení do tejto rovnosti sa celý náš boj skončí. Kto vytrvá, získa hľadaný vzťah pre rýchlosť v toho kotúčika

$$v^2=hg\frac{2l-h}{l-h}\left(1+\frac{(l-h)R_0^2+(l+h)r^2}{(l-h)R_0^2+hr^2}\right)^{-1}.$$

Tento vzťah na prvý pohľad hovorí málo. V takej situácii nie je nič lepšie než nakresliť si graf závislosti, ktorú predstavuje. Ak dosadíme $l=50$ m, $R_0=6$ cm, $r=2$ cm (čo sú parametre nepochybne vynikajúceho toaletného papiera Economy od firmy JackPol, na ktorý prišla Cyrilovi reklama mailom), dostaneme závislosť rýchlosti kotúčika od dĺžky odvinutého papiera, ktorú vidíte vpravo. Na začiatku pádu je na nerozoznanie od o polovicu pomalšieho voľného pádu (jojo sa správa rovnako), na konci naša rýchlosť kotúčika utešene rastie.



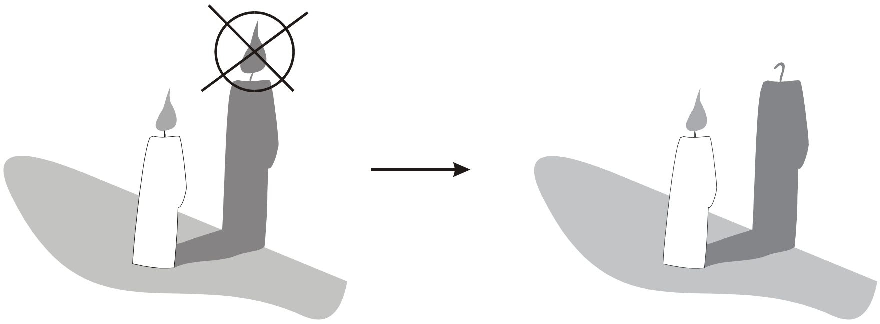
Nezabúdajme však na to, že práve ten koniec je oblasť, kde už naše výpočty pomaly, ale isto strácajú platnosť. Hmotnosť papierového jadra vtedy už totiž nie je zanedbateľná, a tak by sme mali tieto okrajové výsledky brať dosť s rezervou, po uvážení nenulovej hmotnosti toho jadra (konkrétne päťdesiatkrát menšej ako hmotnosť celého toaletného papiera) dostaneme závislosť, ktorá je znázornená prerušovanou čiarou. Neuteká už do nekonečna, dá sa jej snáď celkom veriť. Iným pekným prístupom k nenulovej hmotnosti jadra je uvedomenie si faktu, že to je vlastne akoby sme si predstavili celkovú dĺžku toaleťáku väčšiu, napríklad 52 metrov, ale nesnažili sa ju odvíjať celú. Oblasť nad 50 metrami by bola pre nás tabu (navždy navinutá a predstavujúca onú nenulovú hmotnosť valčeka) a rýchlosť v (ktorá by letela do nekonečna až pri 52 metroch) by tak opäť ostávala slušná.

Ešte upozornenie pre tých, čo by radi použili vzťah $F=ma$. Pozor! Ten platí iba ak sa hmotnosť m nemení. Nám sa však papier odvíja a vzťahu $F=\Delta p/\Delta t$ sa preto vyhnúť nedá.

B – 3.4 Sviečka (opravovala Zuzi)

Pozorne sa zahľadte na obrázok sviečky na stole v miestnosti so zasvietenou lampou. Nájdite na ňom chybu. Využite všetko svoje nadanie a nakreslite obrázok tak, ako má byť. Vysvetlite, prečo je to tak.

Milí špiritisti! Vaše „súkromné očká“ pri pohľade na našu sviečku spozorovali zaujímavé veci. Mnohí ste sa zapodievali otázkami tieňov a polotieňov, tým, či môže byť tieň sviečky vyšší ako sviečka samotná, zalomený a podobne. To sú všetko nesporne zaujímavé podnety na rozmýšľanie, ale vzhľadom na to, že sme bližšie nešpecifikovali podmienky, pri ktorých bol obrázok „nafotený“ (to znamená hlavne umiestnenie, typ a intenzitu osvetľovacieho zdroja svetla), zrejme bolo treba problémik hľadať o kúsok ďalej. Poďme sa teda pozrieť na to, kde. Prišiel čas ukázať, ako to celé malo v skutočnosti vyzerať; voilà:



Ako ste si iste všimli, tieň na správnom obrázku je nádherným tieňom zhasnutej sviečky. Tak to bola tá malá chybička krásy. Zobrazený tieň plameňa. Ale to stále ešte nie je všetko. Mnohí ste svojim skúseným očkom bádateľa totiž túto skutočnosť odhalili. Aké ale bolo vaše vysvetlenie tohto javu?

Nebolo zriedkavosťou dočítať sa vetu: Plameň sviečky je zdrojom svetla, a teda nemôže vrhať tieň. Je to naozaj ten správny smer, ktorým sa má bádateľ hľadajúci pravdu a nič len pravdu vydať? Ako potom tento bádateľ vysvetlí, že na tieni je úplne zreteľne viditeľný knôt, hoci sa nachádza „vnútri“ plameňa, a teda nášho zdroja svetla. A keď sa na celú vec zahľadíme ešte z iného rožka, získame konečný protiargument. Keď si totiž zoberieme žiarovku, ktorú presvietime inou, silnejšou žiarovkou, dostaneme tieň vlákna žiarovky, hoci tento je sám zdrojom svetla. Hmmm, zdá sa, že na jazyk sa nám opäť derie otázka: ako to teda vlastne celé je?

Odpoveď je až podozrivo jednoduchá. Náš plameň je iba horiaca zmes plynov. Keď teda zabudneme na drobné čiastočky, ktoré odlietavajú zo sviečky (preto občas na tieni vidíme matne aj akýsi dym), svetlo z lampy nemá dôvod, aby sa na plameni „zastavilo“ a nedorazilo tak do svojho vytúženého cieľa – k stene. Predsa len mu v ceste čosi stojí, a to je práve už spomínaný knôt, ktorého tieň sa dá krásne pozorovať. Nuž, a takto jednoducho zdôvodníme aj tieň vlákna žiarovky.

A to je všetko? Na záver snáď ešte... Pozornému čitateľovi by sa po krátkom zamyslení mohlo teraz zdať čosi divné. Keď teda svetlo prechádza skrz plameň sviečky, prečo cezeň nevidíme my? Žeby sme čitateľa trošku potrápili a nechali ho ešte rozmýšľať? ;-) Ale nie, veď trápiť vás ešte budú dosť a dúfam, že nie my... Vlastne je to len o tom, že plameň sviečky je predsa len dosť intenzívny, takže znemožní oku rozlíšiť predmety nachádzajúce sa za ním.

A to už je teraz naozaj všetko, blíži sa horúce leto, mláky lákajú, a tak hor sa na ne... alebo predsa, ešte tu mám jeden odkaz od Maťa (viete ktorého?): „Som dieťa plameňov...“ A vy?

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 3. sérii letného semestra 17. ročníka

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	②	B-3.1	B-3.2	B-3.3	B-3.4	☠	Σ
1. Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	35,5	4,0	6,0	5,0	4,0		54,50
2. Burger	Michal	sx.	G BA Grösslingova	35,5	4,0	5,0	5,0	2,0		51,50
3. Neilinger	Pavol	2 A	G Dunajská Streda	34,0	3,5	5,5	3,0	3,5		49,50
Štolc	Miroslav	sx.	G Nitra Párovská	35,0	4,0	4,0	2,5	4,0		49,50
5. Batmendijnová	Zuzana	sx.	G T. Vansovej	33,5	4,0	4,0	3,5	4,0		49,00
6. Jančuška	Marek	sx.	G Nitra Párovská	32,5	3,0	6,0	3,0	4,0		48,50
7. Dzetkulič	Michal	1 A	G PH Michalovce	36,8	3,8	4,0	2,5	0,5	-1	48,12
8. Fialka	Vlado	2 E	G K2 Prešov	35,0	4,5	4,0	3,0	1,3		47,80
9. Sasák	Róbert	1 D	SPŠE Piešťany	32,0	4,0	4,0	0,5	4,0		45,89
10. Kvašnáková	Katka	2 E	G K2 Prešov	33,5	3,0	4,0	3,0	2,0		45,50

11.	Trubenová	Barbora	2 A	G BA J. Hronca	30,5	4,0	4,0	2,0	2,5		43,00
12.	Savincová	Katarína	1 E	G PH Michalovce	29,0	3,0	2,5	2,5	4,0		42,43
13.	Kováč	Adrián	1 A	G Pavla Horova	33,9	3,5	1,5	1,5	0,5		42,26
14.	Ceľuchová	Zuzana	2 E	G K2 Prešov	33,0	3,0	2,0	3,5	0,5		42,00
15.	Molnárová	Katarína	1 D	G KE Šrobárova	31,2	3,5	3,0	1,0	2,0	-1	41,17
16.	Potočková	Zuzana	sx.	G Liptovský Mikuláš	30,0	3,5	4,0	0,5	2,5		40,50
17.	Jurov	Dávid	1 D	G Humenné	30,9	3,5	3,5	2,0	0,0	-1	40,35
18.	Brutovská	Eva	sx.	G Kežmarok	31,5	3,0	2,5	1,5	1,6		40,10
19.	Rajniaková	Gabriela	kv.	G Liptovský Mikuláš	30,4	–	6,0	–	2,0		39,80
20.	Svrček	Matúš	sx.	G Terézie Vansovej	31,0	4,0	1,0	1,0	2,0		39,00
21.	Lauko	Martin	sx. A	G JL Martin	29,3	2,0	2,5	1,0	2,5		37,30
22.	Bratko	Milan	kv. A	G BA Pankúchova	27,1	–	4,0	1,5	1,3		35,27
23.	Baník	Dušan	2 A	G Poprad Popr. nábr.	23,0	3,5	4,0	2,5	4,0	-2	35,00
24.	Šoltésová	Mária	2 B	G BA Grösslingova	23,5	3,0	3,5	2,0	2,0		34,00
25.	Vojtko	Andrej	kv. A	G Skalica	24,4	3,0	3,5	1,5	0,0		33,83
26.	Kulík	František	1 E	G Humenné	24,7	3,3	2,5	1,0	0,0		32,82
27.	Lampášová	Júlia	kv.	G Považská Bystrica	24,9	2,5	2,0	2,0	0,0		32,75
28.	Host	Ján	2 E	G K2 Prešov	29,5	–	–	–	–		29,50
29.	Molčány	Michal	2 A	SPŠE BA K.Adlera	18,0	3,0	3,5	0,5	1,3		26,30
30.	Šťastný	Vladimír	sx.	G M.M.Hodžu	18,0	1,5	1,5	0,5	4,0		25,50
31.	Lenhardt	Rastislav	sx.	G M.M.Hodžu	22,5	0,5	1,0	–	1,3		25,30
32.	Uhrin	Tomáš	1 E	G PH Michalovce	19,6	2,5	1,0	0,5	0,5	-1	24,15
33.	Prievalský	Juraj	2 A	G VBN Prievidza	19,0	2,8	1,5	0,5	0,0		23,80
34.	Naď	Miroslav	2 A	G Veľké Kapušany	18,5	2,0	1,0	0,5	2,5	-1	23,50
35.	Ščensný	Jozef	sx. B	G Nitra	19,5	2,3	–	0,5	0,5		22,80
36.	Babjak	Viktor	2 A	G LS Bardejov	22,5	–	–	–	–		22,50
37.	Lakatoš	Pavol	2 A	G Veľké Kapušany	17,0	2,2	1,0	0,5	2,5	-1	22,20
38.	Pikna	Peter	2 D	G BA Metodova	19,0	3,1	–	–	–		22,10
39.	Faťol	Vladimír	1 E	G PH Michalovce	22,1	–	–	–	–		22,08
40.	Santusová	Iva	2 C	G VPT Martin	15,5	2,0	1,5	0,5	2,5		22,00
41.	Hornák	Rastislav	2 D	SPŠE Piešťany	20,5	–	1,0	0,5	1,5	-2	21,50
42.	Patáčik	Ivan	2 C	G Partizánske	14,0	2,7	2,0	0,5	2,0		21,20
43.	Skalný	Ján	1 B	G BA Einsteinova	14,3	–	2,0	1,0	0,8		19,06
44.	Vyžinkárová	Danka	kv.	G BA Grösslingova	18,5	–	–	–	–		18,54
45.	Mikulík	Andrej	2 B	G BA Grösslingova	14,5	–	–	–	–		14,50
	Trtílek	Radovan	2 C	G VPT Martin	10,5	2,0	1,5	0,0	0,5		14,50
	Végsö	Karol	2 A	G KE Poštová	14,5	–	–	–	–		14,50
48.	Kubová	Miška	1 A	G Vrbové	10,5	1,0	1,5	0,5	0,0		14,26
49.	Matlák	Roman	2 AC	G KE Šaca	14,0	–	–	–	–		14,00
50.	Feketeová	Erika	2 A	G Veľké Kapušany	11,0	2,0	–	–	1,6	-1	13,60
51.	Palušáková	Katarína	2 C	G VPT Martin	10,5	1,5	1,5	0,5	0,0	-1	13,00
52.	Kamenská	Katarína	2 C	G VPT Martin	11,0	–	–	–	–		11,00
53.	Matúšek	Michal	2 D	G BA Einsteinova	11,5	0,5	–	–	–	-2	10,00
54.	Poláček	Lukáš	2	G Modra	9,5	–	–	–	–		9,50
55.	Majorošová	Gabriela	2 A	G Veľké Kapušany	5,5	1,5	1,0	–	1,6	-1	8,60
56.	Breuer	Tomáš	2 E	SPŠE Piešťany	8,5	–	–	–	–		8,50
57.	Kováčik	Viktor	2 A	G BA Einsteinova	7,0	–	–	–	–		7,00
58.	Fidmik	Ján	2 AB	G KE Šaca	6,0	–	–	–	–		6,00
59.	Vontorčíková	Lenka	2 C	G VPT Martin	3,5	–	–	–	–		3,50
60.	Jurko	Martin	2 C	G KE STA	3,0	–	–	–	–		3,00

Veselé prázdniny a veľa chuti do riešenia
vám všetkým do ďalšieho roku
praje vaše

Presne takýto stupeň víťazov budú mať
najlepší z vás na rukáve nového skvelého trička FKS.
O tieto tričká ale môžete bojovať aj o rok Tak sa snažte!