FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
B–kategória (mladší)
18.ročník
letný semester
školský rok 2002/2003.

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B – 3.1 To sa im skáče (opravovala Rebro)

Lyžiar-skokan sa púšťa z výšky h = 50 m. Na konci mostíka je krátky vodorovný úsek (na rozdiel od skutočných skokanských mostíkov). Lyžiar sa zabudol odraziť a už letí vzduchom. Doskočisko je svah so sklonom a = 30°. Vypočítajte, ako ďaleko od hrany mostíka sa dotkne zeme. Odpor vzduchu i trenie na mostíku zanedbajte. Skúste pouvažovať nad reálnymi mostíkmi, čo všetko sa zmení?

Nuž milí moji, zdá sa, že vrhy vám už nerobia problémy, až na pár z vás, ktorí by si mali toto vzorové riešenie pozorne prečítať.

Aj tentoraz sa dalo postupovať viacerými cestami. Na začiatok bolo treba zistiť, ako rýchlosťou skokan opustí mostík. Keďže zanedbávame trenie i odpor vzduchu, energia sa nám „nestráca" a možno si povedať asi toľko, že akú energiu má lyžiar na vrchu mostíka, takú bude mať i dole. Uvažujeme teda len zmenu potenciálnej energie na kinetickú, teda $mgh = mv^2/2$, kde h je výška mostíka, m je hmotnosť lyžiara, ktorá nám však vypadne, v je jeho rýchlosť na konci mostíka. Ako som už vyššie spomenula, trenie neuvažujeme, môžeme tvrdiť, že touto rýchlosťou opustí i krátky vodorovný úsek. Druhý spôsob, ako sa dopracovať k danej rýchlosti spočíva v tom, že si uvedomíme, že ak neuvažujeme trenie ani odpor vzduchu rýchlosť, lyžiara bude rovnaká, ako keby padal z výšky h voľným pádom. Vieme, že $v = gt_1$ a $h = gt_1^2 / 2$. Po vylúčení času t_1 dostávame ten istý vzťah ako z energetického prístupu, teda $v = \sqrt{2gh}$.

Ďalej si bolo potrebné uvedomiť, že lyžiar sa pohybuje „vodorovným vrhom". Ak si zvolíme počiatok súradnicovej sústavy do bodu, kde „začína" doskočisko, t.j. do miesta, kde lyžiar opúšťa pevnú pôdu pod lyžami, môžeme pre súradnice jeho pohybu zapísať vzťahy $x = vt_2$ a $y = -gt_2^2 / 2$, kde t_2 je čas, ktorý letí vzduchom. Doskočisko je ale naklonená rovina, resp. môžeme hovoriť o priamke, ktorú možno popísať vzťahom $y = x \cdot \mathrm{tg}\, \alpha$, kde α je uhol sklonu roviny. Nuž a dostávame tri rovnice o troch neznámych. Z prvej si vyjadríme čas t_2, dosadíme do druhej a porovnáme s treťou, dostaneme tak

$$-\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v^2} = x \cdot \mathrm{tg}\, \alpha .$$

Vieme, že x je isto rôzne od nuly, môžeme ním rovnicu predeliť a vyjadriť si x a ďalším spätným dosadením aj y. Vzdialenosť dopadu lyžiara od hrany mostíka vypočítame z Pytagorovej vety: $s = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Niektorí z vás si súradnú os pootočili tak, že potom uvažovali šikmý vrh a vzdialenosť dopadu počítali známym spôsobom ako dĺžku šikmého vrhu. Vyhli sa tomu, že neuvažovali prienik doskočiska s krivkou letu (medzi rečou parabolou), ale na druhú stranu museli rozkladať na zložky jednak rýchlosť lyžiara i gravitačné zrýchlenie.
Po dosadení zadaných hodnôt, dostaneme $s = 133{,}3$ m.

To by bolo skoro všetko, už len malé zamyslenie sa, ako je to s reálnymi mostíkmi. Jednak, ako väčšina z vás správne napísala, hrá tu rolu trenie i odpor vzduchu na mostíku, reálny lyžiar bude mať menšiu rýchlosť na konci mostíka. Ale! Reálny mostík nekončí krátkym

vodorovným úsekom, je zakrivený nahor a navyše lyžiari sa na jeho konci odrážajú. Výsledok je ten, že majú rýchlosť nielen v smere osi x, ale aj v smere osi y. A v tomto okamihu využívajú tiež odpor vzduchu. Keď si pozriete nejaké skokanské preteky, určite si všimnete, že skokani letiaci vzduchom pôsobia, ako keby ležali v smere osi x (chcem tým povedať vodorovne) a teda kladú čo najväčší odpor vzduchu v smere osi y a najmenší v smere osi x. Preto aj ich kombinézy pôsobia tak divne, sú z materiálu, ktorý čo najmenej prepúšťa vzduch. A posledná vec, doskočisko nemá tvar naklonenej roviny, je prehnuté dovnútra.
Koniec zimným radovánkam, prajem krásne leto.

B – 3.2 Závažíčka (opravovala Lucka)

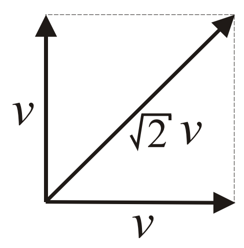
Na obrázku sú dve závažia s hmotnosťou m spojené pružinou tuhosti k, tá má na začiatku pokojovú dĺžku. Závažia sa môžu pohybovať po vodorovnej podložke bez trenia. Obom udelíme rovnakú rýchlosť 2v tak, ako na obrázku: jednému závažiu v smere kolmom na pružinu, druhému v smere pružiny. Aké bude maximálne predĺženie Δl, ktoré pružina pri pohybe závaží dosiahne?

Predstavme si, že máme pružinu, ktorá sa pohybuje nejakou rýchlosťou v, pružinu, ktorá sa nehýbe a pružinu, ktorá sa na mieste otáča okolo svojho stredu. Predĺženie každej z nich závisí len od toho, ako veľmi sú na koncoch naťahované. Maximálne predĺženie môže mať pružina napríklad aj vtedy, keď sa zároveň otáča. Jej kinetická energia preto nemusí byť nulová. Toto je jedna z vecí, ktorú ste si nie všetci uvedomili, a ku ktorej sa ešte vrátime.

Predtým by sme sa mali pozrieť, ako celá situácia vyzerá v sústave ťažiska pružiny. Čo to znamená sústava ťažiska? Kde je ťažisko pružiny so závažiami? Predstavme si, že náš kamarát sedí v strede pružiny a spolu s ňou sa od nás vzďaľuje. (My stojíme na veľkej podložke tam, kde bol na začiatku stred pružiny a pozeráme sa za ním.) Aká bude jeho dráha? Ako iste tušíte, bude sa od nás vzďaľovať šikmo nahor pod uhlom 45°. Aká veľká bude jeho rýchlosť? No predsa

$$V_T = v\sqrt{2}.$$

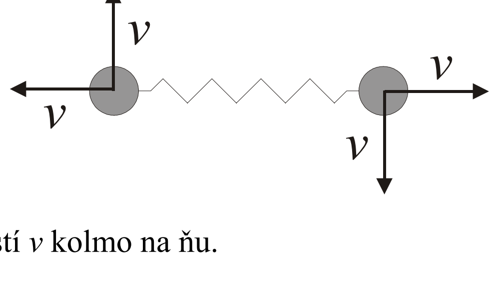
Prečo je to tak? Keď si predstavíme, že obe závažia schováme do stredu pružinky, a na koncoch neponecháme nič, potom sa stred pružinky musí pohybovať tak rýchlo, aby sa celková hybnosť nezmenila. Takže, v smere podložky bola hybnosť od pravého závažia $2vm$. Preto aj náš stred pružinky bude mať do smeru podložky hybnosť $2vm$. Podobne, v smere kolmom na podložku malo ľavé závažie rýchlosť $2v$ a hmotnosť m, teda hybnosť $2vm$. Preto aj stred pružinky bude mať v kolmom smere na podložku hybnosť $2vm$. A keďže do stredu pružinky sme schovali všetku hmotnosť, t.j. $2m$, potom rýchlosť nebude mať inú možnosť, iba mať veľkosť do smeru podložky, aj do smeru kolmého na podložku v. Pozrite si obrázok.



Rýchlosť ťažiska V_T sa počas celého pohybu nezmení. Skúsme si preto prekresliť začiatočnú zadanú situáciu tak, že od každej rýchlosti závažia odpočítame rýchlosť ťažiska. Treba si uvedomiť, že rýchlosti skladáme, a tak hľadáme výslednice.

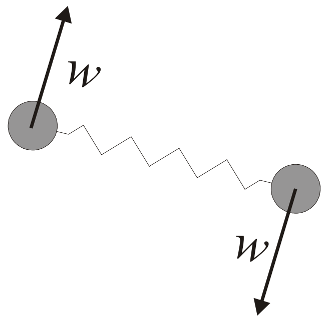
Týmto krokom sme sa dostali do sústavy ťažiska, v ktorej sleduje závažia náš kamarát. V nej sa stred pružiny, ťažisko, nehýbe. Prečo? Lebo

$$\vec{V_T} - \vec{V_T} = 0.$$



Rozoberme si ešte, čo vidíme. Pružina sa začína naťahovať od nás preč, pôsobením rýchlostí v v smere jej osi. Zároveň sa otáča okolo stredu, pôsobením rýchlostí v kolmo na ňu.

Na chvíľu sa pozrime niekam preč, za slniečkom, a nesledujme pohyb pružiny. Teraz sa pozrime späť. Nech je pružina maximálne natiahnutá. Ako celá situácia vyzerá? Oproti začiatočnému stavu je pružina natočená. A stále, rýchlosti v smere kolmom na jej os sú nejaké, označíme ich w. Rýchlosti v smere pružiny, ktoré ju naťahovali, sú však nulové, inak by pružina nebola maximálne natiahnutá a predlžovala by sa ďalej. Pozri obrázok.



Mimochodom, celú úlohu si môžeme predstaviť aj v našej pôvodnej (nie ťažiskovej) sústave. Ako tam vyzerá maximálne predĺženie pružinky? Využijeme obrázok z našej ťažiskovej sústavy a ku rýchlosti w zase pripočítame späť rýchlosť ťažiska V_T, podobne ako sme to robili na začiatku, pri prechode do ťažiskovej sústavy. A je to. Kreslenie obrázkov prenechám na vás. Predĺženie pružinky však zostane to isté, pretože sme len pridali každému bodu pružinky nejakú, rovnakú, rýchlosť naviac.

Ďalej budeme vo vzorovom riešení počítať už len v sústave ťažiska. Na určenie predĺženia Δl využijeme dva zákony. Zákon zachovania energie, $E_k = E_k' + E_p$. Ten hovorí, že celá kinetická energia na začiatku pohybu E_k je rovná celkovej energii pri maximálnom predĺžení pružiny, t.j. kinetickej energii otáčavého pohybu závaží E_k' a potenciálnej energii E_p pružiny

$$2\frac{1}{2}m(\sqrt{2}v)^2 = 2\frac{1}{2}mw^2 + \frac{1}{2}k(\Delta l)^2.$$

A zákon zachovania momentu hybnosti, mvr = konšt. má tvar

$$2m\frac{l}{2}v = 2m(\frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2})w,$$

kde l je jej začiatočná dĺžka pružiny, $l+\Delta l$ je dĺžka pružiny pri maximálnom predĺžení.

Prečo máme moment hybnosti? V niektorých sústavách, keď porovnáme momenty hybnosti pre dve situácie, podobne ako keď porovnávame energie, zistíme, že sa nemenia. A to je dôležité vedieť. Napríklad krasokorčuliarka na ľade, keď má ruky rozpažené a zrazu ich pripaží (urobí piruetu), zvýši svoju otáčavú rýchlosť. Moment hybnosti L sa určuje zo vzťahu $L = mvr$. Rýchlosť v je otáčavá rýchlosť, a teda kolmá k polomeru otáčania r. Pre naše závažia, napr. na začiatku pohybu, máme $L = 2mvl / 2$. Prečo? Polomer otáčania pre obe závažia je polovica z ich vzájomnej vzdialenosti, t.j. l/2. Ich rýchlosť v smere kolmom na pružinku je v a hmotnosť m. Moment hybnosti pre jedno závažie je teda $mvl / 2$. A keďže sú tie závažia dve, celkový moment hybnosti je $2mvl / 2$. Moment hybnosti, ako už iste tušíte, sa zachováva v situáciách, kedy nejaká sila pôsobiaca na teleso má smer do stredu jeho otáčania. V našom prípade je to pružina, ktorá svojou silou ťahá závažia k sebe. V prípade planét a Slnka je to gravitačná sila.

Vráťme sa ale k výpočtu predĺženia pružiny Δl. Zo vzťahov pre zákony zachovania dostávame, $w = vl / (l + \Delta l)$, a pre Δl platí

$$\frac{l^2}{(l+\Delta l)^2} + \frac{k}{2mv^2}(\Delta l)^2 - 2 = 0.$$

Táto rovnica sa vo všeobecnosti veľmi ťažko rieši, a preto si urobíme jednoduché priblíženie. Predpokladajme, že závažiam udelíme na začiatku relatívne malú rýchlosť. Potom aj výchylka Δl bude malá. Nespravíme tak veľkú chybu, ak povieme, že $l + \Delta l \approx l$ a prvý člen v rovnici nahradíme číslom 1. Potom pre Δl dostaneme

$$\Delta l = v\sqrt{\frac{2m}{k}}.$$

Pre veľké začiatočné rýchlosti by sme úlohu riešili podobne, s tým rozdielom, že výchylky Δl by boli v porovnaní s l veľké (a teda by sme mohli hodnotu l zanedbať).
Tento záver nebol ľahký, nechajte si to prejsť hlavou (najlepšie viackrát). Dôležitejší však bol úvod a ponaučenia, ktoré z neho plynú: „ťažisková sústava často pomáha“, „zákon zachovania momentu hybnosti býva pri otáčavých pohyboch dôležitý“.

B – 3.3 A predsa sa točia! (opravoval Matúš)

V čase, keď je Jupiter k Zemi najbližšie (Slnko vtedy leží na spojnici týchto planét) zakrýva Jupiter z pohľadu pozorovateľa na Zemi vzdialenú hviezdu. Ako dlho trvá tento zákryt – aký dlhý je čas medzi prvým a posledným kontaktom hviezdy s diskom planéty? Predpokladajte, že obe planéty sa pohybujú v jednej rovine, v ktorej leží aj zakrývaná hviezda.

V okamihu, ktorý sme popísali v zadaní úlohy, ležia na jednej priamke Slnko, Zem a Jupiter (v tomto poradí). Vzdialenosť Zem-Slnko je 1 AU, od Slnka k Jupiteru je to 5,2 AU (AU je skratka pre astronomickú jednotku, 1 AU je polomer obežnej dráhy Zeme, teda asi $149{,}6 \cdot 10^9$ km). Rýchlosť obehu oboch planét buď nájdeme v tabuľkách, alebo si ju dopočítame. Dopočítanie je ľahké, platí totiž tretí Keplerov zákon, podľa ktorého

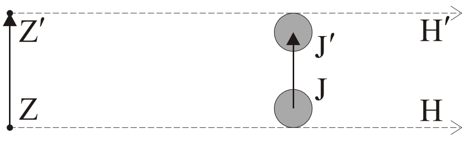
$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2},$$

kde a_1 a a_2 sú polomery obežných dráh planét (tieto obežné dráhy sú elipsy, preto je presnejšie hovoriť „veľké poloosi obežných dráh planét“). Doby obehu po týchto dráhach sme označili T_1 a T_2. Keďže vieme dobu obehu Zeme okolo Slnka (1 rok), ľahko si dorátame, koľko to trvá Jupiteru – 11,86 roka (tento údaj sa ale tiež dal nájsť v mnohých tabuľkách). Ešte si vypočítajme obežné rýchlosti planét. Vieme, že prejdú dráhu $2\pi a$ za čas T a tak ľahko určíme $v_1 = 29{,}79$ km/s pre Zem a $v_2 = 13{,}06$ km/s pre Jupiter.

Už je najvyšší čas začať sa venovať samotnému riešeniu úlohy, ktorú sme doteraz dosť zanedbávali. Začnime tým, že si zjednodušíme všetko, čo sa dá. Predovšetkým si uvedomme, že zákryt, o ktorom je reč, trvá krátky čas. Niektorí to vedia, iným to navráva intuícia. Ostatní teraz zatnú zuby a presvedčí ich až pohľad na výsledok, ktorý získame. Krátke trvanie zákrytu znamená, že planéty počas neho stihnú prejsť iba krátky úsek svojej dráhy. No a malý kúsok kružnice... To si rovno môžeme povedať, že sa počas tohto času hýbu po priamkach (nezmenenou rýchlosťou), výsledok tým určite nepokazíme.

Tiež nezabúdajme na to, že zakrývaná hviezda je veľmi vzdialená, preto sa počas zákrytu na oblohe neposunie ani dôsledkom nášho, ani vplyvom vlastného pohybu. A ešte zatiaľ zabudnime na rotáciu sa Zeme. Alebo ešte lepšie, zanedbajme úplne jej rozmery, nech je na chvíľu menšia než špendlíková hlavička.

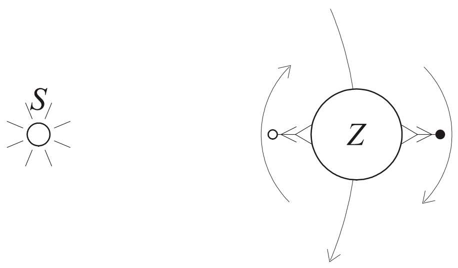
Na obrázku je zaznamenaný pohyb planét od začiatku zákrytu (polohy Z, J a smer ku hviezde H) až do jeho konca (polohy Z’ a J’, nezmenený smer H’). Dobre si ten obrázok pozrite. Hneď ako Vám bude jasné, že je to nakreslené skutočne dobre, máme vyhrané. Ostáva už totiž iba jednoduchý výpočet, podľa obrázka sa vzdialenosť prejdená Zemou rovná vzdialenosti prejdenej Jupiterom zväčšenej o dva jeho polomery. Polomer Jupitera označme R_J (má hodnotu 71 400 km), hľadanú dobu trvania zákrytu Δt. Platí teda



$$|ZZ'| = |JJ'| + 2R_J \Rightarrow v_1 \cdot \Delta t = v_2 \cdot \Delta t + 2R_J .$$

Odtiaľ už ľahko vyjadríme Δt ako $\Delta t = 2R_J / (v_1 - v_2)$. Číselne to je asi 142 minút.

Ostáva už len doriešiť tú na chvíľu zabudnutú rotáciu Zeme. Kľúčové je najprv zistiť, či sa Zem otáča rovnakým smerom ako obieha Slnko, alebo nie. Premyslite si to (oplatí sa predstaviť si, kam sa Slnko hýbe po oblohe počas dňa a kam v rámci svojho celoročného pohybu). Mali by ste prísť k záveru, že tieto dva pohyby sú navzájom pre „poludňajšieho pozorovateľa" opačné. Presne tak, ako na obrázku.



Na obrázku si ale zároveň ľahko všimnete, že v noci, kedy pozorujeme náš Jupiter, je to presne naopak – obeh Zeme okolo Slnka a jej rotácia sa sčítajú! To znamená, že uváženie tejto rotácie zväčší vzdialenosť ZZ' prejdenú pozorovateľom zákrytu (zanáša ho totiž v smere jej pohybu). No a to zväčší výslednú rýchlosť pohybu pozorovateľa z hodnoty v_1 na nejakú väčšiu. Pri pohľade na náš výsledný vzťah je jasné, že zákryt sa tým skráti. Povedať, o koľko presne bude dlhší, je už ťažšie – v zadaní nebola udaná poloha pozorovateľa na Zemi, ani okamih pozorovania (či pri východe, alebo západe Jupitera, či keď je na oblohe najvyššie). Tieto údaje zavážia – stačí si predstaviť pozorovateľa na zemskom póle, ktorého rotácia Zeme vôbec neovplyvní.

Aby sme neostali bez číselného výsledku, vezmime si pozorovateľa na rovníku, toho unáša rotácia Zeme rýchlosťou asi 150 m/s (obvod Zeme vydelený 24 hodinami). Ak pozoruje zákryt hviezdy v okamihu, keď je Jupiter na oblohe najvyššie – o polnoci (vtedy celá táto rýchlosť zmenšuje jeho relatívnu rýchlosť voči Jupiteru, premyslite si to). Preto je jeho „efektívna" rýchlosť pohybu nie 16,73 km/s, ale až 16,88 km/s. Dosadením do nášho skvelého vzťahu dostaneme trvanie zákrytu necelých 141 minút. Môžeme teda skončiť s vedomím, že pre pozorovateľa hocikde na Zemi je ten čas niečo medzi dvoma získanými hodnotami – teda zhruba medzi 141 a 142 minútami (komusi vyšiel magický výsledok 2 hodiny 22 minút 22 sekúnd)...

B – 3.4 Auto (opravoval Peťo)

Iste ste videli tie reklamné zábery, kedy nové auto nechajú konštruktéri naraziť do steny, aby zistili, či je bezpečné. Skúste zistiť, akou rýchlosťou musí takéto testovacie vozidlo naraziť čelne do steny (crash – test), aby bol náraz pre vodiča ekvivalentný s čelnou zrážkou dvoch protiidúcich áut s rôznymi hmotnosťami idúcich rýchlosťou 50 km/h. Rozoberte možné prípady pomeru ich hmotností.

Ako úplne prvé by som chcel vyvrátiť jednu nesprávnu mienku o tom, že keď sa zrazia dve autá idúce rýchlosťou 50 km/h, je to ekvivalentné s nárazom auta, idúceho rýchlosťou 100 km/h, do steny. Nie je to pravda. Takáto zrážka zodpovedá nárazu 50 km/h do steny. Tento omyl je spôsobený tým, že keď si posunieme súradnú sústavu tak, aby prvé auto bolo v jej začiatku a v pokoji, tak druhé sa vzhľadom naň približuje rýchlosťou 100 km/h.
Prvý háčik spočíva v tom, že pri takejto zrážke sa výsledná „zrazenina" bude ďalej pohybovať (konkrétne rýchlosťou 50 km/h) a tak ten náraz určite nemôže byť taký ničivý ako náraz rovnakou rýchlosťou 100 km/h proti masívnej nehybnej stene. Ďalší problém nastáva pri transformácii sústav, lebo transformácia energie nie je ekvivalentná. Energia pôvodnej sústavy (dvoch áut) je

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mv^2 .$$

V posunutej sústave (kde v = 100 km/h) to však je

$$E = \frac{1}{2}m(2v)^2 = 2mv^2 .$$

Vidíme, že tieto energie sa nerovnajú, nemôžeme teda len tak prejsť do inej sústavy.

Teraz už k riešeniu. Treba povedať, že realitu nárazu áut lepšie vystihuje model nepružnej zrážky a nie dokonale pružná zrážka. Autá sa pohybujú rýchlosťou $v = 50$ km/h, nech majú hmotnosti m_1 a m_2. Podľa zákona zachovania hybnosti platí $m_1 v - m_2 v = (m_1 + m_2)v'$, kde v je rýchlosť áut pred a v' rýchlosť po zrážke. Tiež funguje zákon zachovania energie, treba ho však písať v tvare $E_{K1} + E_{K2} = E_{K3} + E_0$, kde E_{K1} a E_{K2} sú kinetické energie áut, E_{K3} je kinetická energia šrotu po zrážke (ak sa ešte pohybuje) a E_0 je celková strata energie (ukladá sa napríklad v deformáciách častí áut a podobne). Odtiaľ máme

$$E_0 = \frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 - \frac{1}{2}\frac{v^2(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2} = 2v^2\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

Táto energia E_0 je energia, ktorá sa rozdelí na deformáciu oboch áut. Ale v akom pomere? Keď si budeme všímať účinok zrážky na vodiča v aute s hmotnosťou m_1, pomer na jeho auto pripadajúci bude $m_2 / (m_1 + m_2)$.
Prečo je to tak? Rozpíšme deformačnú prácu do tvaru $E_0 = W_1 + W_2 = Fd_1 + Fd_2$ (hodnoty W_1 a W_2 sú jej časti pripadajúce na prvé, resp. druhé auto). Každá z častí W_1, W_2 závisí od deformačnej sily F a od dráhy d na ktorej pôsobila. Pritom deformačné sily pôsobiace na obe autá sú určite rovnaké (hovorí nám to 1. Newtonov zákon: akcia sa rovná reakcii!). Preto pomer W_1 / W_2 závisí iba od pomeru $d_1 : d_2$. Teraz prejdime do ťažiskovej sústavy. V nej autá na konci zrážky stoja, preto vzdialenosti prejdené počas zrážky (ak predpokladáme nemennú deformačnú silu) sú $d_1 = a_1 t^2 / 2$, $d_2 = a_2 t^2 / 2$. Keďže $a_1 = F / m_1$, $a_2 = F / m_2$ (Newtonov zákon), zrejme platí

$$d_1 : d_2 = \frac{1}{m_1} : \frac{1}{m_2}.$$

Teraz už poznáme, akou energiou (prácou) bude deformované auto s hmotnosťou m₁. Stačí vynásobiť vypočítanú E_0 čerstvo nájdeným pomerom a máme

$$E_0 = 2v^2 m_1 \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)^2.$$

Porovnaním s čelným nárazom do steny, kedy je $E_{01} = mv_0^2 / 2$ a celá E_K auta sa spotrebuje na deformačnú prácu, dostávame porovnaním $E_{01} = E_0$ hľadaný vzťah pre rýchlosť v_0

$$v_0 = 2v\frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Touto rýchlosťou musí naraziť auto s hmotnosťou m_1 do steny, aby bol tento náraz ekvivalentný so zrážkou dvoch protiidúcich vozidiel. Napríklad pre pomer hmotností $m_1 : m_2 = 1 : 2$ bude pre vodiča v aute s hmotnosťou m_1 táto zrážka ekvivalentná nárazu do steny rýchlosťou $v = 66{,}67$ km/h.
Ak sa niekomu zdá byť hore napísané riešenie komplikované, môže porozmýšľať o inom postupe riešenia. Aké zrážky sa nám zdajú byť rovnaké z hľadiska zmeny našej hybnosti pri nich? Ak správne odpoviete túto otázku a vypočítate jednoduchú nepružnú zrážku dvoch áut, odpoveď na našu otázku budete mať na dosah. A čo je najlepšie, bude to odpoveď zhodná s hore uvedenou! No nie je tá fyzika úžasná? :-)

Na záver

Tak a to už je pre tento rok naozaj všetko. Aj keď ... S týmto konštatovaním určite nesúhlasí tých 32 z Vás, ktorí sa zúčastnia akčného letného sústredenia našich najlepších riešiteľov. To sa uskutoční v malebných horách východoslovenskej Gelnice a čo sa tam bude diať ... No však uvidíte, tí menej šťastní si to časom budú môcť prečítať na našej www-stránke.

Krátko po sústredení nastanú (konečne) pravé a ničím nerušené prázdniny. Užite si počas nich veľa príjemných zážitkov. Veríme, že v septembri sa oddýchnutí vrátite nielen k svojim školským povinnostiam, ale aj k nášmu semináru (terajším štvrtákom veľa zdaru na školách, ktoré si vyberiete). Nech sa darí!

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 3. sérii letného semestra 18. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	②	B-3.1	B-3.2	B-3.3	B-3.4	☠	Σ
1.	Lalinský	Ján	sx. A	G Varšavská cesta	36.0	5.0	5.0	4.5	5.0		55.50
	Simančík	František	sx.	G BA Grösslingova	38.5	5.0	5.0	5.0	2.0		55.50
3.	Škrovinová	Katarína	kv.	G Nitra Párovská	37.1	5.0	1.3	5.0	5.0		54.24
4.	Hrdá	Marcela	kv.	G Turčianske Teplice	37.1	5.0	2.5	4.5	4.0		54.01
5.	Komorovský	Marek	kv.	G Dubnica nad	33.3	5.0	3.8	5.0	5.0		52.43
6.	Perešíni	Peter	1 F	G BB Tajovského	34.3	5.0	1.8	6.0	3.0		51.07
7.	Imriška	Jakub	1 A	G BA J. Hronca	35.1	5.0	3.8	2.0	4.0		51.04
8.	Zámečník	Peter	1 D	G MRŠ NMV	35.4	5.0	3.8	4.5	1.0		50.89
9.	Štolcová	Jana	kv.	G Nitra Párovská	35.3	5.0	2.5	5.0	1.0		50.12
10.	Dzetkulič	Michal	2 A	G PH Michalovce	35.9	4.5	1.3	3.5	5.0	-1	49.15
11.	Ruman	Ján	sx.	G BA Grösslingova	35.0	5.0	2.5	4.5	2.0		49.00
12.	Pôbišová	Zuzana	1 F	G BB Tajovského	30.3	5.0	0.0	4.5	5.0		46.02
13.	Foltin	Miroslav	1 C	G Jána Hollého	33.0	5.0	2.5	2.0	1.0		45.02
14.	Molnárová	Katarína	2 D	G KE Šrobárova	31.5	5.0	5.0	4,5	4.5	-1	45.00
	Savincová	Katarína	2 E	G PH Michalovce	30.5	5.0	2.5	4.5	2.5		45.00
16.	Kravec	Martin	1 A	G PH Michalovce	25.6	5.0	2.0	3.0	5.0		41.69
17.	Sasák	Róbert	2 D	SPŠE Pieštany	32.5	5.0	2.0	4,5	2.0		41.50
18.	Džunko	Ján	sx.	G Spišská Stará Ves	29.4	4.0	2.0	3.5	2.0		40.90
19.	Czókolyová	Eva	1 A	G Piešťany	31.3	5.0	–	2.0	1.0		40.77
20.	Hergelová	Beáta	1 B	G BST Lučenec	27.8	5.0	1.8	3.0	1.5		40.53
21.	Kováč	Adrián	2 A	G PH Michalovce	24.5	5.0	2.3	3.0	5.0		39.75
22.	Molčány	Dušan	1 B	SPŠS BA Feinorovo	29.7	5.0	–	–	3.0		39.11
23.	Šomodiová	Kristína	1 A	G Piešťany	26.5	5.0	2.3	2.0	1.5		38.75
24.	Duník	Matej	1 B	G VOZA	24.6	4.5	3.8	4.0	–		38.28
25.	Vojtko	Andrej	sx. A	G Skalica	25.0	4.5	2.5	2.0	3.5		37.50
26.	Bratko	Milan	sx. A	G BA Pankúchova	36.0	–	–	–	–		36.00
27.	Ďurčík	Miroslav	1 C	G BST Lučenec	21.9	5.0	1.5	3.0	1.0		33.87
28.	Dzurňák	Tomáš	1 E	G Spišská Nová Ves	27.7	5.0	–	–	–		33.86
29.	Uhrin	Tomáš	2 E	G PH Michalovce	17.5	5.0	2.8	3.0	5.0		33.25
30.	Kulík	František	2 E	G Humenné	16.9	5.0	1.8	3.0	1.0		27.65
31.	Rušin	Michal	sx.	G Spišská Stará Ves	17.0	5.0	0.8	4.0	0.5		27.25
32.	Regec	Mário	1 A	G PH Michalovce	14.8	5.0	0.5	2.0	1.5		25.30
33.	Gašparík	Peter	2 B	G AV Levice	18.0	4.5	–	–	–		22.50
34.	Šanoba	Ľuboš	1 C	G Považská Bystrica	21.0	–	–	–	–		21.00
35.	Kováč	Michal	kv.	G BA Grösslingova	19.4	–	–	–	–		19.41
36.	Kuchta	Miroslav	3 A	Evanjelické gym. BA	7.3	5.0	–	1.0	0.5		15.12
37.	Malčická	Martina	kv.	G Banská Štiavnica	10.0	1.5	–	1.0	1.0		14.40
38.	Rochová	Alica	kv.	G Banská Štiavnica	10.1	2.0	0.5	0.5	0.0		13.85
39.	Kážmér	Ladislav	1 A	G Veľké Kapušany	6.8	5.0	–	–	–		12.94
40.	Gottweis	Martin	1 B	G BA J. Hronca	12.4	–	–	–	–		12.44
41.	Holičková	Ivana	kv.	G Banská Štiavnica	8.9	–	0.5	0.5	0.0		10.21
42.	Pápayová	Zuzana	1 A	G Veľké Kapušany	7.2	1.0	0.5	0.5	–		9.72
43.	Lampášová	Júlia	sx.	G Považská Bystrica	7.0	–	–	–	–		7.00
44.	Karasová	Barbora	1 B	G Púchov	3.7	1.5	0.5	0.5	0.0		6.85
45.	Bruncko	Milan	2 C	G V.P.Tótha	1.0	–	–	–	1.5		2.50
46.	Kubová	Miška	2 A	G Vrbové	1.5	–	–	–	0.0		1.50